

Тема: Решение задач на применение формулы полной вероятности

Перечень справочной литературы:

1. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика. – М.:Образовательно-издательский центр «Академия», 2014
2. Григорьев В.П., Сабурова Т.Н. Сборник задач по высшей математике. – М: Издательский центр «Академия», 2014
3. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2016
4. Дадаян А.А. Математика: учеб.- М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2015

Задание:

1. Изучить теоретический материал, разобрать решенные примеры.
2. Выполнить самостоятельную работу и отправить ее на эл. почту anzhelika-sedova@mail.ru до 13.00.

Теоретический материал

Формула полной вероятности

Пусть событие A может произойти только вместе с одним из попарно несовместных событий H_1, H_2, \dots, H_n , образующих полную группу. Тогда, если произошло событие A , то это значит, что произошло одно из попарно несовместных событий H_1A, H_2A, \dots, H_nA . Следовательно,

$$A = H_1A + H_2A + \dots + H_nA$$

Применяя аксиому сложения вероятностей, имеем

$$P(A) = P(H_1A + H_2A + \dots + H_nA) = P(H_1A) + P(H_2A) + \dots + P(H_nA)$$

Но $P(H_iA) = P(H_i)P_{H_i}(A)$ ($i=1, 2, \dots, n$), поэтому

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A) \quad (11)$$

Эта формула называется формулой полной вероятности. События H_1, H_2, \dots, H_n часто называют «гипотезами».

Пример. В магазин поступили электрические лампочки одного типа, изготовленные на четырех ламповых заводах: с 1-го завода 250 шт., со 2-го — 525 шт., с 3-го — 275 шт. и с 4-го — 950 шт. Вероятность того, что лампочка прогорит более 1500 часов, для 1-го завода равна 0,15, для 2-го — 0,30, для 3-го — 0,20, для 4-го — 0,10. При раскладке по полкам магазина лампочки были перемешаны. Какова вероятность того, что купленная лампочка прогорит более 1500 часов?

Решение: Пусть A — событие, состоящее в том, что лампочка прогорит более 1500 часов, а H_1, H_2, H_3 и H_4 — гипотезы, что она изготовлена соответственно 1, 2, 3 или 4-м заводом. Так как всего лампочек 2000 шт., то вероятности гипотез соответственно равны

$$P(H_1) = \frac{250}{2000} = 0,125$$

$$P(H_2) = \frac{525}{2000} = 0,2625$$

$$P(H_3) = \frac{275}{2000} = 0,1375$$

$$P(H_4) = \frac{950}{2000} = 0,475$$

Далее, из условия задачи следует, что

$$P_{H_1}(A) = 0,15$$

$$P_{H_2}(A) = 0,3$$

$$P_{H_3}(A) = 0,2$$

$$P_{H_4}(A) = 0,1$$

Используя формулу полной вероятности (11), имеем

$$P(A) = 0,125 \times 0,15 + 0,2625 \times 0,3 + 0,1375 \times 0,2 + 0,475 \times 0,1 = 0,1725$$

Самостоятельная работа

Вариант 1: Алексеев – Лукашевич;

Вариант 2: Машнина – Шипков.

Вариант 1

1. При исследовании жирности молока коров все стадо было разбито на три группы. В первой группе оказалось 70 %, во второй 23 % и в третьей 7 % всех коров. Вероятность того, что молоко, полученное от отдельной коровы, имеет не менее 4 % жирности, для каждой группы коров соответственно равна 0,6, 0,35 и 0,1. Определить вероятность того, что для взятой наудачу коровы жирность молока составит не менее 4 %. Взятая наудачу корова дает молоко жирностью не менее 4 %. Найти вероятность того, что эта корова из первой группы.

2. В первой урне 10 деталей, из них 8 стандартных. Во второй 6 деталей, из которых 5 стандартных. Из второй урны переложили в первую одну деталь. Какова вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второй урны, нестандартная?

3. В районе 24 человека обучаются на заочном факультете института, из них шесть - на мехфаке, двенадцать - на агрофаке и шесть - на экономфаке. Вероятность успешно сдать все экзамены на предстоящей сессии для студентов мехфака равна 0,6, агрофака - 0,76 и экономфака - 0,8. Найти вероятность того, что наудачу взятый студент, сдавший успешно все экзамены, окажется студентом экономфака.

4. Из 25 студентов группы 5 студентов знают все 30 вопросов программы, 10 студентов выучили по 25 вопросов, 7 студентов по 20

вопросов, трое по 10 вопросов. Случайно вызванный студент ответил на два заданных вопроса. Какова вероятность, что он из тех трех студентов, которые подготовили 10 вопросов.

5. Запасная деталь может находиться в одной из трех партий с вероятностями $p_1 = 0,2$; $p_2 = 0,5$; $p_3 = 0,3$. Вероятности того, что деталь проработает положенное время без ремонта, равны соответственно 0,9; 0,8 и 0,7. Определить вероятность того, что: а) взятая наудачу деталь проработает положенное время; б) деталь, проработавшая положенное время, взята из второй или третьей партии.

6. Покупатель с равной вероятностью посещает 3 магазина. Вероятность того, что он купит товар в первом магазине равна 0,4, во втором 0,3, в третьем 0,2. Определить вероятность того, что покупатель купит товар только в одном магазине, если каждый магазин он посетил дважды.

7. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады равна 0,7, для второй - 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной. Взятая наугад единица продукции оказалась стандартной. Какова вероятность, что она из второй бригады?

Вариант 2

1. Имеются две урны. В первой - семь красных шаров и три черных, во второй - три красных и четыре черных. Из первой урны переложили во вторую один шар, затем, перемешав шары, из второй урны переложили в первую один шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный после этого из первой урны, окажется красным.

2. Перед посевом 90 % всех семян было обработано ядохимикатами. Вероятность поражения вредителями для растений из обработанных семян равна 0,08, для растений из необработанных семян - 0,4. Взятое наудачу растение оказалось пораженным. Какова вероятность того, что оно выращено из обработанного семени?

3. В первом ящике из 20 деталей 4 бракованных, во втором из 30 деталей 5 бракованных. Из первого во второй переложили две детали. Найти вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второго ящика, бракованная.

4. Стрелковое отделение получило 10 винтовок, из которых 8 пристрелянных, две нет. Вероятность попадания в цель из пристрелянной винтовки равна 0,6, а из не пристрелянной 0,4. Какова вероятность, что стрелок из наудачу взятой винтовки попадет в цель при одном выстреле?

Стрелок поразил цель. Какова вероятность, что он стрелял из пристрелянной винтовки?

5. Для посева заготовлены семена 4 сортов пшеницы. Причем, 20 % всех семян 1-го сорта, 30 % - 2-го сорта, 10 % - 3-го сорта и 40 % - 4-го сорта. Вероятность того, что из зерна вырастет колос, содержащий не менее 40 зерен,

для первого сорта равна 0,5, для второго – 0,3, для третьего - 0,2, для четвертого - 0,1. Найти вероятность того, что наудачу взятое зерно даст колос, содержащий не менее 40 зерен.

6. Имеется 5 урн. В первой, второй и третьей находится по 4 белых и 6 черных шаров, в четвертой и пятой урнах по 2 белых и 3 черных шара. Случайно выбирается урна и из нее извлекается шар. Какова вероятность того, что была выбрана четвертая или пятая урна, если извлеченный шар оказался белым?

7. Покупатель с равной вероятностью посещает 3 магазина. Вероятность того, что он купит товар в первом магазине равна 0,4, во втором 0,3, в третьем 0,2. Определить вероятность того, что покупатель купит товар только в одном магазине, если каждый магазин он посетил дважды.

Критерии оценки

верно выполненные 4 - 5 заданий – оценка «3»

верно выполненные 6 заданий – оценка «4»

верно выполненные 7 заданий – оценка «5»