

## Технологическая карта урока

**Преподаватель:** Шипилова Людмила Александровна

**Учебная дисциплина:** математика

**Специальность:** переработка нефти и газа

**Группа:** 109

**Тема урока:** Логарифмические уравнения и методы их решения

**Тип урока:** комбинированный урок

**Длительность:** 80 минут

**Технологии** – развитие критического мышления через чтение/письмо, групповая поисковая деятельность, кейс-метод

### **Образовательные задачи:**

1. Сформировать, обобщить и систематизировать знания и умения учащихся по применению методов решения логарифмических уравнений.
2. Повторить определение и свойства логарифма

### **Развивающие задачи:**

1. Развитие операций мышления (обобщения, анализа, выделения главного).
2. Развитие культуры математической речи, интереса и внимания.
3. Развитие навыков сотрудничества.

### **Воспитательные задачи:**

1. Воспитание сознательного отношения к изучению математики.
2. Воспитание стремления к самосовершенствованию.
3. Предоставить каждому учащемуся возможность проверить свои знания и повысить их уровень.

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, взаимодействовать с руководством, коллегами и социальными партнерами.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Осуществлять профессиональную деятельность в условиях обновления ее целей, содержания, смены технологий.

**Оборудование:** интерактивная доска, компьютер, разноцветные фишки (красные, желтые, зеленые), магниты, плакаты, карточки-задания для проведения самостоятельной работы, индивидуальные карты.

## Ход урока.

### I Организационный момент.

Обучающимся предлагают выбрать из коробки фишку того или иного цвета. делят по рядам на три группы. Затем учащиеся с фишкой этого (красного, желтого, зеленого) цвета объединяются в группы. В ходе урока группа, первой верно ответившей на тот или иной поставленный вопрос, с помощью магнита прикрепляет фишку своего цвета магнитом на доску. Учащиеся группы, чьих фишек окажется больше, получают дополнительную оценку за урок.

## II Вызов/формулировка темы урока.

**Учитель:** Как вы успели заметить, на доске не записана тема сегодняшнего урока. Вам предстоит самим определить ее. Вы видите равенства, содержащие переменную (они заранее записаны на доске):

$$\log_2 x = 3$$

$$\log_3 (x - 12) = 2$$

$$x^{\log_3 3x} = 9$$

$$\log(x + 2) = \lg 2x$$

Что общего у них?

Как называют эти равенства?

Дается время на обдумывание.

**Учащиеся отвечают:** Эти равенства содержат переменную под знаком логарифма и называются логарифмическими.

Та группа, которая первая верно ответила на поставленные вопросы, с помощью магнита прикрепляет фишку своего цвета на доску.

**Учитель:** Итак, тема нашего урока «Логарифмические уравнения». (Слайды 1,2)

Сегодня на уроке мы повторим и обобщим наши знания о логарифмах и их свойствах, а также узнаем, какие существуют виды логарифмических уравнений и методы их решения. (Слайд 3) (Учащиеся конспектируют содержимое слайда в тетрадях)

## III Актуализация знаний учащихся.

**Учитель:** Какие знания будут нам необходимы для решения логарифмических уравнений?

Каждому дается время на осмысление, после чего группы поочередно начинают выдвигать свои версии, причем каждый последующий ответ может быть лишь дополнением предыдущего.

**Учащиеся отвечают:** Чтобы решить логарифмические уравнения нужно знать:

1. Определение логарифма;
2. Формулы и свойства логарифмов;
3. Методы решения логарифмических уравнений.

(Все ответы преподаватель записывает на доске. Каждый верный ответ – фишка).

**Учитель:** Сформулируйте определение логарифма.

На доске плакат:

$$\log_a b = c$$

$$a^c = b$$

$$a > 0; a \neq 1; b > 0$$

Учащийся, первым ответивший на вопрос, прикрепляет фишку своего цвета на доску.

**Учитель:** Какие свойства логарифма мы можем использовать при решении логарифмических уравнений?

Чтобы ответить на этот вопрос, попытайтесь восстановить или дополнить недостающие элементы в данных равенствах.

Используя интерактивную доску, установите соответствие между элементами ряда 1 и ряда 2. (От каждой группы по очереди выходит к доске один учащийся)

Ряд 1

$$a$$

$$;$$

$$b$$

$$;$$

$$+$$

$$;$$

$$r$$

$$;$$

$$\log_c \frac{a}{b}$$

$$;$$

$$1$$

$$.$$

Ряд 2

$$\log_a \dots = 1$$

$$\log_a \dots = 0$$

$$\log_a \dots = c$$

$$a^{\log \dots b} = \dots$$

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

$$\dots = \log_c a - \log_c b$$

$$r \log_a b = \log_a b^r$$

$$\log_a b = \frac{\log_c \dots}{\log_c \dots}$$

(Каждое верное соответствие – фишка).

**Учитель:** Используя свойства и определение логарифма вычислите устно (задания проецируются на доску с помощью проектора).

а)  $\log_2 16 = (4)$

$$\text{б) } \log_3 \sqrt{3} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{в) } \log_2 22 - \log_2 11 = (1)$$

$$\text{г) } \log_8 14 + \log_8 \frac{32}{7} = (2)$$

$$\text{д) } 5^{\log_5 49} = (49)$$

$$\text{е) } \log_{\frac{1}{6}} 1 = (0)$$

$$\text{ж) } 7 \cdot 5^{\log_5 2} = (14)$$

$$\text{з) } \left(7^{\log_6 7}\right)^{\log_7 6} = (7)$$

$$\text{и) } 3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}} = (20)$$

(Каждый верный устный ответ – фишка, причем выслушиваются версии каждой группы).

#### **IV Вызов/изучение нового материала.**

**Учитель:** Молодцы. А теперь вернемся к теме нашего занятия. Вспомните, какие методы решения уравнений вы знаете и какие из них можно применить для решения логарифмических уравнений. (Дается время на обдумывание, каждая группа записывает все возникшие идеи)

**Учащиеся** называют методы решения, кратко комментируют сущность каждого и аргументируют возможность применения того или иного метода для решения логарифмических уравнений:

- по определению;
- метод потенцирования;
- преобразование уравнения по формулам;
- введение новой переменной;
- функционально-графический.

(Каждый верный устный ответ – фишка).

(Каждый верный устный ответ – фишка).

**Учитель:** Замечательно. Но сегодня мы с вами остановимся только на некоторых из перечисленных вами методов. (Слайды 4 – 10)

Каждый слайд комментируется преподавателем, а учащиеся фиксируют в своих тетрадях полученную информацию.

**Учитель:** Выполните самостоятельно задание (слайд 11) в тетради.

#### **V Осмысление содержания/реализация смысла.**

**Учитель:** На доске записаны пять логарифмических уравнений. Постарайтесь указать метод, которым следует решать каждое из них.

(Уравнения заранее написаны на скрытой доске. Каждому дается время на обдумывание)

$$\text{а) } \log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0;$$

$$\text{б) } \log_5(x - 4) = 2;$$

$$\text{в) } \log_{23}(2x - 1) = \log_{23} x;$$

$$\text{г) } \log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = 7;$$

д)  $\lg(x-1) + \lg x = \lg(5x-8)$ .

(Каждый верный устный ответ – фишка).

**Учитель:** Сейчас мы с вами просмотрели и записали информацию со слайдов. Кто может сказать, что общего во всех методах и что еще необходимо знать, чтобы решить логарифмическое уравнение?

**Учащиеся отвечают:** алгоритм решения.

Учитель дописывает на доске четвертый пункт:

1. Определение логарифма;
2. Формулы и свойства логарифмов;
3. Методы решения логарифмических уравнений;
4. Алгоритм решения

**Учитель:** Ребята, давайте попробуем составить алгоритм решения любого, независимо от вида и метода решения, логарифмического уравнения. На осмысление у вас есть 3 минуты.

**Учащиеся отвечают:**

- I.
1. Записать условия, задающие ОДЗ.
2. Выбрать метод решения.
3. Решить уравнение.
4. Проверить получившиеся корни, подставив их в условия ОДЗ.
5. При записи ответа, исключить посторонние корни.

(Верный ответ – фишка).

На доске записаны 3 уравнения. К доске выходят по желанию учащиеся и решают логарифмические уравнения. Задания дифференцированы.

- 1)  $\log_{\frac{1}{3}}(4-x) = -2$ ;
- 2)  $\log_2(x^2 + 3x - 2) - \log_2 x = 1$ ;
- 3)  $x^{1-\log_5 x} = 0,04$

#### **VI Первичное закрепление/самостоятельная работа.**

Учащиеся, которые первыми самостоятельно решили логарифмические уравнения, получают карточки с разноуровневыми заданиями по теме. Ребята выбирают любые уравнения.

Вариант 1.

Вариант 2.

I уровень на «3»:

I уровень на «3»:

- а)  $\log_5 x = -2$ ;
- б)  $\log_8(x+10) = 0$ ;
- в)  $\log_{\frac{1}{2}}(x+5) = -3$ ;
- а)  $\log_4 x = -2$ ;
- б)  $\log_7(x-7) = 2$ ;

$$\text{в) } \log_{\frac{1}{2}}(x+5) = -4;$$

II уровень на «4»:

II уровень на «4»:

а)  $\log_2(3x-7) = \log_2(x+1);$

б)  $2 \lg(x-1) = \lg(1,5x+1);$

в)  $\log_4(x-3) - 1 = \log_4(x-6).$

а)  $\log_3(2x-4) = \log_3(x+7);$

б)  $\log_4(x-3) - 1 = \log_4(x-6);$

в)  $\log(x^2-x) = \lg(10+2x).$

III уровень на «5»:

III уровень на «5»:

а)  $\log_4^2 x + \log_4 \sqrt{x} = 1,5;$

б)  $9^{\log_9(x^2-5)} = 31;$

в)  $\lg x = 1-x.$

а)  $\log_3^2 x + \log_3 x^2 = 8;$

б)  $2^{\log_2(x^2+8)} = 12;$

в)  $\log_2 x = 3-x.$

### **VII Рефлексия/кластер.**

**Учитель:** Давайте подведем и тоги сегодняшнего занятия. Какие уравнения мы сегодня решали и какие знания нам помогали их решать?

Учитель совместно с учащимися составляет на доске кластер. (Слайд 12)

**Учитель:** Как вы думаете, можно ли было бы как-то видоизменить первоначальную формулировку темы нашего занятия?

**Учащиеся:** Да, тема урока точнее будет звучать так: «Логарифмические уравнения и методы их решения».

Ученики сдают учителю индивидуальные карты.

№

ФИО учащихся

Количество фишек  
индивидуальных  
групповых

### **VIII Задание на дом**

**Учитель:** На нашем кластере представлены не все методы решения логарифмических уравнений. Их гораздо больше. К следующему уроку я попрошу вас отыскать недостающие методы. Вы должны будете указать их название, принцип решения и привести пример. Учащиеся, которые предоставят наиболее полную информацию, будут освобождены от зачета по теме. Для этого

вы можете воспользоваться следующими источниками: А.Н.Колмогоров «Алгебра и начала анализа», Википедия. (Слайд 13)

## Логарифмические уравнения и методы их решения

Седова Анжелика Николаевна  
преподаватель математики  
ГБОУ СПО ННХТ г. Новокуйбышевска

слайд 1 слайд 2

### Логарифмическое уравнение и его свойства

Определение

- **Логарифмическими уравнениями** называют уравнения вида  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , и уравнения, сводящиеся к этому виду.

$$\log_2(3x-6) = \log_2(2x-3)$$

Логарифмическое уравнение

$$\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0$$

Логарифмическое уравнение, приводимое к квадратному

Теорема

Если  $f(x) > 0$  и  $g(x) > 0$ , то логарифмическое уравнение  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ , (где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) равносильно уравнению  $f(x) = g(x)$ .

### Основные методы решения логарифмических уравнений

Основные методы решения

Функционально-графический метод

Метод потенцирования

Метод введения новой переменной

слайд 3 слайд 4

### Функционально-графический метод(алгоритм)

$$\log_2 x = -x+1$$

- Ввести функцию  $f(x)$ , равную левой части и  $g(x)$ , равную правой части
- Построить на одной координатной плоскости графики функций  $y=f(x)$  и  $y=g(x)$
- Определить точки пересечения графиков
- Найти абсциссы точек пересечения – это и есть корни уравнения
- Записать ответ

### Решение уравнения функционально-графическим методом

Решим уравнение графически

y

$$\log_2 x = -x+1$$

Построим график уравнения

$$y = \log_2 x$$

$$x \quad 2 \quad 1$$

$$y \quad 1 \quad 0$$

Построим график уравнения

$$y = -x+1$$

$$x \quad 2 \quad 0$$

$$y \quad -1 \quad 1$$

$$y = -x+1$$

$$y = \log_2 x$$

x

Ответ:  $x=1$

слайд 5 слайд 6

## Метод потенцирования (алгоритм)

$$\log_3(x^2 - 3x - 5) = \log_3(7 - 2x)$$

- Записать условия, определяющие область допустимых значений (О.Д.З.):  $f(x) > 0, g(x) > 0$
- Перейти от уравнения  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$  к уравнению  $f(x) = g(x)$
- Решить полученное уравнение
- Проверить полученные корни по условиям, определяющим область допустимых значений переменной (О.Д.З.)

*Те корни уравнения, которые удовлетворяют этим условиям, являются корнями логарифмического уравнения. Те корни уравнения, которые не удовлетворяют хотя бы одному из этих условий, объявляются посторонними корнями логарифмического уравнения.*

- Записать ответ

## Решение уравнения методом потенцирования

<p><b>Освободимся от знаков логарифмов</b></p> $\log_3(x^2 - 3x - 5) = \log_3(7 - 2x)$ $x^2 - 3x - 5 = 7 - 2x$ $x^2 - x - 12 = 0$	<p><b>Найдем О.Д.З.</b></p> $x^2 - 3x - 5 > 0,$ $7 - 2x > 0$	<p>Проверим корни по условиям</p> <p><b>Не удовлетворяет ни одному неравенству системы</b></p>
<p><b>Решим квадратное уравнение</b></p> $x = 4,$ $x = -3$	<p><b>Х = 4</b></p> <p><b>Х = -3</b></p>	<p><b>Удовлетворяет обоим неравенствам</b></p>
<p>Ответ:</p> $x = -3$		

слайд 7 слайд 8

## Метод введения новой переменной (алгоритм)

$$2\log_5^2 x + 5\log_5 x + 2 = 0$$

- Ввести новую переменную, найти О.Д.З.
- Решить получившееся уравнение и найти значение новой переменной
- Сделать подстановку найденного значения новой переменной и вычислить неизвестную переменную
- Записать ответ

## Решение уравнения методом введения новой переменной

<p><b>Введем новую переменную <math>y = \log_5 x, x &gt; 0</math></b></p> $2\log_5^2 x - 5\log_5 x + 2 = 0$	<p><b>Сделаем подстановку найденного значения переменной <math>y</math> и вычислим значение переменной <math>x</math></b></p>	<p>1) <math>\log_5 x = -2,</math> <math>x = 1/25</math></p> <p>2) <math>\log_5 x = -\frac{1}{5},</math> <math>x = 1/\sqrt[5]{5}</math></p>
<p><b>Получим</b></p> $2y^2 + 5y + 2 = 0$	<p><b>D = 9</b></p> <p><math>y = -2,</math></p> <p><math>y = -\frac{1}{5}</math></p>	<p>Ответ</p> <p><math>x = 1/25</math></p> <p><math>x = 1/\sqrt[5]{5}</math></p>
<p><b>Решим квадратное уравнение</b></p>		

слайд 9 слайд 10

### Даны уравнения

$$1. \log_2(x^2 + 7x - 5) = \log_2(4x - 1)$$

$$2. \log_2^2(3 + x) + \log_2(3 + x) = 2$$

$$3. \log_9 x = -x + 1.$$

**Установите соответствие между уравнениями и методами их решения.**

- метод введения новой переменной
- функционально-графический метод
- метод потенцирования

слайд 11 слайд 13



## ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

слайд 12

**Ход учебного занятия**

**Этапы учебного занятия**  
**Содержание учебного материала**  
**Методы обучения**  
**Средства обучения**

**Ориентировочная дозировка времени**

**I Организационный момент**

Проверка готовности обучающихся к уроку.

Деление обучающихся на группы.

Словесный (беседа)

Разноцветные фишки

3 минуты

## **II Вызов/формулировка темы урока.**

Учащимся предлагается самим сформулировать тему урока.

Индивидуальная мозговая атака

Доска, слайды 1 - 3

4 минуты

## **III Актуализация знаний учащихся**

Учащиеся определяют, какие ранее полученные знания им понадобятся для изучения новой темы: определение логарифма и его свойства.

Индивидуальная и групповая мозговая атака; устное упражнение

Плакат, интерактивная доска

13 минут

## **IV Вызов/изучение нового материала**

Учащиеся вспоминают общие методы решения уравнений, а затем аргументируют выбор методов, допустимых для решения логарифмических уравнений.

Групповая мозговая атака; наглядный; проблемный; информационно-развивающий; самостоятельная работа

Слайды 4 - 11

20 минут

## **V Осмысление содержания/реализация смысла**

Учащиеся апробируют вновь полученные знания посредством выполнения устного упражнения. Составляется алгоритм решения любого логарифмического уравнения. Выполнение заданий на доске.

Проблемно-поисковый

Доска, конспект занятия

15 минут

## **VI Первичное закрепление/ самостоятельная работа**

Учащиеся выполняют разноуровневые задания по теме

Самостоятельная работа

Карточки-задания

15 минут

## **VII Первичное подведение итогов, рефлексия/кластер**

Составление кластера; переформулирование темы урока. Подсчет фишек.

Групповая мозговая атака, наглядный

Доска, слайд 12, индивидуальные карты

8 минут

## **VIII Задание на дом**

Учащимся предлагается найти оставшиеся методы решения логарифмических уравнений, сопроводив их примерами

Проблемно-поисковый, информационно-развивающий

Википедия, слайд 13

2 минуты