

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ
«НОВОКУЙБЫШЕВСКИЙ НЕФТЕХИМИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»**

УТВЕРЖДЕНО
Приказ директора
ГАПОУ СО «ННХТ»
от 14.11.2023 г. № 127-у

КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по оценке освоения итоговых образовательных результатов учебной
дисциплины

ОУП.03 Математика

программы подготовки специалистов среднего звена

38.02.03 Операционная деятельность в логистике

профиль обучения: социально-экономический

Новокуйбышевск, 2023

РАССМОТРЕНО НА ЗАСЕДАНИИ

Предметно-цикловой комиссии
общеобразовательных дисциплин

Председатель ПЦК

/ _____ / Комиссарова Н.П.

Протокол № 2 от 31.10.2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Старший методист ННХТ

/ _____ / Щелкова О.Д.

31.10.2023 г.

ОДОБРЕНО

Методистом

/ _____ / Абрашкина О.А.

31.10.2023 г.

Составитель, Седова А.Н., преподаватель ГАПОУ СО «ННХТ»,

Содержание программы реализуется в процессе освоения студентами основной образовательной программы с получением среднего общего образования, разработанной в соответствии с требованиями ФГОС СОО, а также с учётом требований ФГОС СПО 38.02.03 Операционная деятельность в логистике.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

2 ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

4. СТРУКТУРА КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Комплект контрольно-оценочных средств (КОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших общеобразовательную программу учебной дисциплины «Математика» разработана на основе:

федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (далее – ФГОС СОО);

примерной основной образовательной программы среднего общего образования (далее – ПООП СОО);

федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования (далее – ФГОС СПО) 38.02.03 Операционная деятельность в логистике, примерной рабочей программы общеобразовательной учебной дисциплины «Математика» по естественнонаучному профилю обучения (для профессиональных образовательных организаций); учебного плана по специальности 38.02.03 Операционная деятельность в логистике.

рабочей программы воспитания по специальности 38.02.03 Операционная деятельность в логистике.

Программа учебного предмета «Математика» разработана в соответствии с Концепцией преподавания общеобразовательных дисциплин программ среднего профессионального образования, реализуемых на базе основного общего образования, утвержденной распоряжением Министерства просвещения Российской Федерации от 30.04.2021 № Р-98, на основании письма Департамента государственной политики в сфере среднего профессионального образования и профессионального обучения Министерства просвещения Российской Федерации от 30.08.2021 № 05-1136 «О направлении методик преподавания».

Содержание рабочей программы по предмету «Математика» разработано на основе: синхронизации образовательных результатов ФГОС СОО (личностных, предметных, метапредметных) и ФГОС СПО (ОК, ПК) с учетом профильной направленности специальности; интеграции и преемственности содержания по предмету «Математика» и содержания учебных дисциплин, профессиональных модулей ФГОС СПО.

2. Паспорт контрольно-оценочных материалов.

2.1. Область применения контрольно-оценочных материалов

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Математика».

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме экзамена.

КОС разработаны на основании положений:

- Федерального государственного образовательного стандарта по специальности среднего профессионального образования (далее – СПО) 38.02.03 Операционная деятельность в логистике.
- программы учебной дисциплины «Математика».

2.2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания, ОК)		
Умений	Знаний	Общие компетенции
Применять основные положения теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности; Использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях.	Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности; Основные понятия и методы математического анализа; Основные понятия и методы линейной алгебры; Основные понятия и методы теории комплексных чисел; Основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики; Основы интегрального и дифференциального исчисления. Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППССЗ	ОК 01 - Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам. ОК 02 - Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности. ОК 03 - Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по грамотности в различных жизненных ситуациях; ОК 04 - Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде; ОК 5 – Осуществлять устную и письменную коммуникацию на

		<p>государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.</p> <p>ОК 06 - Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей.</p> <p>ОК 07 – Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.</p> <p>ОК 09 – Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках. (п. 3.2 в ред. Приказа Мин просвещения России от 01.09.2022 N 796)</p> <p>ПК 1.1. Обрабатывать первичные бухгалтерские документы;</p> <p>ПК 1.2 - Разрабатывать и согласовывать с руководством организации рабочий план счетов бухгалтерского учета организации;</p> <p>ПК 2.4 Отражать в бухгалтерских проводках зачет и списание недостачи ценностей (регулировать инвентаризационные разницы) по результатам инвентаризации;</p> <p>ПК4.4 - Проводить контроль и анализ информации об активах и финансовом положении организации, ее платежеспособности и доходности;</p>
--	--	---

2.3 Распределение типов контрольных заданий по элементам знаний и умений при текущем контроле

Условное обозначение типов контрольных заданий:

К - контрольная работа;

П - практическое занятие;

С – аудиторная самостоятельная работа;

ВСП – внеаудиторная самостоятельная работа

3. Планируемые результаты освоения учебного предмета

В рамках программы учебного предмета «Математика» обучающимися осваиваются личностные, метапредметные и предметные результаты в соответствии с требованиями ФГОС среднего общего образования: личностные (ЛР), метапредметные (МР), предметные для базового уровня изучения (ПРб/у):

Коды результата в	Планируемые результаты освоения учебного предмета включают:
Личностные результаты (ЛР)	
ЛР 01	гражданскую позицию как активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, обладающего чувством собственного достоинства, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности
ЛР 02	сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире
ЛР 03	сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества
ЛР 04	толерантное сознание и поведение в поликультурном мире, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения, способность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям
ЛР 05	навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего

Коды результатов	Планируемые результаты освоения учебного предмета включают:
	возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности
ЛР 06	нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей
ЛР 07	готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни
ЛР 08	эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, общественных отношений
ЛР 09	осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов
Личностные результаты воспитательной работы (ЛРВР)	
ЛВР 15	Стремящийся к саморазвитию и самосовершенствованию, мотивированный к обучению, к социальной и профессиональной мобильности на основе выстраивания жизненной и профессиональной траектории. Демонстрирующий интерес и стремление к профессиональной деятельности в соответствии с требованиями социально-экономического развития Самарской области.
Метапредметные результаты (МР)	
МР 01	умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
МР 02	умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учетом гражданских и нравственных ценностей;
МР 03	умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
МР 04	владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
МР 05	владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов

Коды результатов в	Планируемые результаты освоения учебного предмета включают:
	познания;
МР 06	готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
МР 07	умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;
МР 08	умение определять назначение и функции различных социальных институтов;
МР 09	владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.
Предметные результаты базовый уровень (ПРб/у)	
ПРб 01	сформированность коммуникативной иноязычной компетенции, необходимой для успешной социализации и самореализации, как инструмента межкультурного общения в современном поликультурном мире;
ПРб 02	владение знаниями о социокультурной специфике страны/стран изучаемого языка и умение строить свое речевое и неречевое поведение адекватно этой специфике; умение выделять общее и различное в культуре родной страны и страны/стран изучаемого языка;
ПРб 03	достижение порогового уровня владения иностранным языком, позволяющего выпускникам общаться в устной и письменной формах как с носителями изучаемого иностранного языка, так и с представителями других стран, использующими данный язык как средство общения;
ПРб 04	сформированность умения использовать иностранный язык как средство для получения информации из иноязычных источников в образовательных и самообразовательных целях.

В процессе освоения предмета «Математика» у обучающихся целенаправленно формируются универсальные учебные действия, включая

формирование компетенций, обучающихся в области учебно-исследовательской и проектной деятельности, которые в свою очередь обеспечивают преемственность формирования общих компетенций ФГОС СПО.

Виды универсальных учебных действий ФГОС СОО	Коды ОК	Наименование ОК (в соответствии с ФГОС СПО по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям).
<p>Познавательные</p> <p>владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;</p> <p>готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;</p> <p>умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;</p> <p>умение определять назначение и функции различных социальных институтов;</p> <p>владение навыками</p>	ОК01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

<p>познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.</p>		
<p>Коммуникативные умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;</p>	<p>ОК04</p>	<p>Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.</p>
<p>Регулятивные умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях; умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учетом гражданских и нравственных ценностей.</p>	<p>ОК03</p>	<p>Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие предпринимательскую деятельность в профессиональной среде, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях</p>

В целях подготовки обучающихся к будущей профессиональной деятельности при изучении учебного предмета «Математика» закладывается основа для формирования ПК в рамках реализации ООП СПО по специальности 38.02.03 Операционная деятельность в логистике.

Содержание учебного материала по программе УД	Код элемента знаний, умений/ Форма текущего контроля								
	У 1	У 2	З 1	З 2	З 3	З 4	З 5	З 6	З 7
Раздел 1. Введение в анализ									
Тема 1.1. Дифференциальное и интегральное исчисление		П, ВСР	П, С, К, ВСР	П, С, К, ВСР				П, С, К, ВСР	П, ВСР
Тема 1.2. Дифференциальные уравнения		П	П, С	П,С				П,С	П
Раздел 2. Ряды									
Тема 2.1 Основы теории рядов				П, С				П, С	
Раздел 3. Комплексные числа									
Тема 3.1 Теория комплексных чисел						П, С			
Раздел 4. Линейная алгебра									
Тема 4.1 Основы линейной алгебры			П, С		П,С				
Раздел 5. Теория вероятностей и математическая статистика									
Тема 5.1 Теория вероятностей		П					П, С		П
Тема 5.2 Математическая статистика		П					П, С		П

Содержание учебного материала по программе УД	Формируемые ОК
Раздел 1. Введение в анализ	
Тема 1.1. Дифференциальное и интегральное исчисление	ОК 01 – 04, ПК 1.1, 1.2, 2.4 4.4
Тема 1.2. Дифференциальные уравнения	ОК 01 – 04, ПК 1.1
Раздел 2. Ряды	
Тема 2.1. Тема 2.1 Основы теории рядов	ОК 01 – 04, ПК 1.2, 2.4
Раздел 3. Комплексные числа	
Тема 3.1 Теория комплексных чисел	ОК 01 – 04, ПК 1.1, 2.4
Раздел 4. Линейная алгебра	
Тема 4.1 Основы линейной алгебры	ОК 01 – 04, ПК 1.2
Раздел 5 Теория вероятностей и математическая статистика	
Тема 5.1 Теория вероятностей	ОК 01 – 04, ПК 1.2
Тема 5.2 Математическая статистика	ОК 01 – 04, ПК 2.4, 4.4

3. Система оценки образовательных достижений обучающихся

Оценка индивидуальных образовательных достижений обучающихся предполагается в форме текущего контроля умений и знаний и промежуточной аттестации. Ежемесячно преподавателем осуществляется оценка аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающихся в форме контрольной точки. Результаты текущего контроля складываются из результатов:

- работы студентов на занятиях, в т.ч. практических;
- выполнения внеаудиторной самостоятельной работы;
- контрольных работ.

Для получения допуска к промежуточной аттестации обязательно выполнение всех контрольных, практических работ, сдачи зачетов и полного перечня всех форм внеаудиторной самостоятельной работы. При оценке всех видов работ обучающихся используется следующая шкала оценки образовательных достижений:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	балл (оценка)	вербальный аналог
90-100	5	отлично
80-89	4	хорошо
70-79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Промежуточная аттестация в форме экзамена предполагает устный ответ на один теоретический вопрос, проверяющий усвоение материала по разделам программы учебной дисциплины, и выполнение практического задания.

Раздел 1. Введение в анализ

Тема 1.1. Дифференциальное и интегральное исчисление

Самостоятельная работа № 1

Тема: Вычисление пределов

Вычислить следующие пределы:

$$\begin{array}{lll} 1. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25} = \left[\frac{0}{0} \right] & 2. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{(x^2-49)} & 3. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{1}{x+5} \\ 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x} = \left[\frac{0}{0} \right] & 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 5x} & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x} \\ 7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-1}{5x^2+2x} \left[\frac{\infty}{\infty} \right] & 8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3+3x^2-8}{5x^3-7x+3} & \\ 9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+5x}{x+10} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] & 10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+15}{x^4+7} & \\ 11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+6}{x^4+10} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] & 12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5-5x^4+9}{4x^5+2x^3-7} & \\ 13. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+5} \right)^{2n} = (1^\infty) & 14. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{4}{n} \right)^n \right]^2 & \\ 15. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+5} \right)^x & 16. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+9}{x} \right)^x & \end{array}$$

Критерии оценки:

8 – 11 правильно выполненных заданий – оценка «3»;

12 – 14 правильно выполненных заданий – оценка «4»;

15 - 16 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 2

Тема: Вычисление производных

Вариант 1

Найдите производную функции:

$$\begin{array}{l} 1) y = \frac{7}{x} + 3\sqrt{x} - \operatorname{tg} 2x - 3^x \\ 2) y = \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) - \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \\ 3) y = (3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3})^5 \\ 4) y = \sqrt{2-5x} + (3x-5)^6 \end{array}$$

$$5) \quad y = \frac{(3x-5)^4}{(2x-4)^3}$$

Вариант 2

Найдите производную функции:

$$1) \quad y = \frac{8}{x} - 2\sqrt{x} + \cos 3x - e^{2x}$$

$$2) \quad y = \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg}\left(x + \frac{5\pi}{6}\right)$$

$$3) \quad y = \left(4x^6 - 7x^2 + 9x + \frac{\pi}{4}\right)^4$$

$$4) \quad y = (9x-1)^5 + \sqrt{5-x^2}$$

Вариант 3

Найдите производную функции:

$$1) \quad y = \frac{4}{x} + 5\sqrt{x} + \operatorname{ctg} 2x + 5^x$$

$$2) \quad y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$3) \quad y = \left(4x^3 - 9x^2 + 3x - \frac{1}{3}\right)^4$$

$$4) \quad y = (2x-9)^{10} + \sqrt{3x-1}$$

$$5) \quad y = \frac{(8-5x)^4}{(2x-4)^3}$$

Вариант 4

Найдите производную функции:

$$1) \quad y = \sin 3x - \frac{1}{x} + 6\sqrt{x} - e^{4x}$$

$$2) \quad y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$3) \quad y = (8x^6 - 25x^2 - 8x + \pi)^5$$

$$4) \quad y = (3-8x)^5 + \sqrt{5-2x}$$

$$5) \quad y = \frac{(4-8x)^3}{(6-5x)^4}$$

Вариант 5

Найдите производную функции:

$$1) \quad y = -\frac{15}{x} + 2\sqrt{x} - \operatorname{ctg} 3x + 5^x$$

$$2) \quad y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$3) \quad y = (-2x^7 + 4x^5 - \sqrt{3}x)^4$$

$$4) \quad y = (8x-7)^3 + \sqrt{9-3x}$$

$$5) \quad y = \frac{(4x-9)^4}{(3-5x)^3}$$

Вариант 6

Найдите производную функции:

$$1) \quad y = -\frac{5}{x} - 7\sqrt{x} + \sin 2x - e^{3x}$$

$$2) \quad y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$3) \quad y = \left(7x^5 - 2x^3 + 8x - \frac{\pi}{2}\right)^5$$

$$4) \quad y = (3-8x)^3 + \sqrt{4-x^3}$$

$$5) \quad y = \frac{(4-5x)^3}{(4x+7)^4}$$

Критерии оценки:

3 правильно выполненных задания – оценка «3»;

4 правильно выполненных задания – оценка «4»;

5 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 3

Тема: Вычисление производной неявной функции, производной функции, заданной параметрически.

Задание № 1. Вычислить производные функций, заданных неявно.

$$1. \quad x^2 + y^2 = 4$$

$$6. \quad x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$$

$$2. \quad x^3 + y^3 - 3xy = 0$$

$$7. \quad x \sin y + y \sin x = 0$$

$$3. \quad e^x + e^y - 2^{xy} = 1$$

$$8. \quad y - \sqrt{1-x} = \sqrt{x} \arcsin \sqrt{x}$$

$$4. \quad x = \operatorname{lg} \ln \operatorname{ctg} y$$

$$9. \quad \sin(y-x^2) - \ln(y-x^2) + 2\sqrt{y-x^2} = 3$$

$$5. \quad \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}} - \sqrt[3]{\frac{y}{x}} = 0$$

$$10. \quad x^2 \sin y + y^3 \cos x - 2x - 3y + 1 = 0$$

Задание № 2. Вычислить производные функций, заданных параметрически.

$$x = x(t) = \phi(t)$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

1. $x = t^3 + 3t + 1$

6. $x = a \cos t$

2. $x = e^{-t} \sin t$

7. $p = \left(\frac{2}{3}\sqrt{\alpha+1}\right) \alpha$

3. $x = 2t - t^3$

8. $x = 3 \ln \operatorname{ctg} t + 1$

4. $x = e^{2t}$

9. $p = \sin t$

5. $x = \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{4}t^4$

10. $x = a(1 - \sin t)$

Критерии оценки:

75 – 79% правильно выполненных заданий – оценка «3»;

80 – 94% правильно выполненных заданий – оценка «4»;

95 – 100% правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 4

Тема: Исследование функции на возрастание (убывание), экстремумы

1. Найти экстремумы графика функции:

Вариант 1

а) $y = x^2 - 2x + 8$

в) $y = -x^2 - 3x + 2$

д) $y = 3x^2 - x^3$

Вариант 2

б) $y = (-2/3)x^3 + x + (2/3)$

г) $y = x^4 - 2x^2 - 3$

е) $y = x^3 + 3x + 2$

2. Найти промежутки монотонности функции:

Вариант 1

а) $y = \frac{x^4}{4} + 8x + 5$

в) $y = 0,25x + x^2 - 6$

д) $y = 6x - x^3$

Вариант 2

б) $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 11$

г) $y = -x + 6x^2 + 9x + 6$

е) $y = x^2 - 3x$

Критерии оценки:

4 правильно выполненных задания – оценка «3»;

5 правильно выполненных заданий – оценка «4»;

6 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 5

Тема: Определение направления выпуклости графика функции, нахождение точек перегиба. Нахождение асимптот кривой

№ 1. Исследовать функции на выпуклость, вогнутость. Найти точки перегиба

$$1) f(x) = x^3 - 6x^2 + x \quad 2) f(x) = 2x + \frac{1}{x^2} \quad 3) f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$4) f(x) = (x-1)^4 \quad 5) f(x) = 2x^2 + \ln x$$

№ 2. Найти асимптоты графиков функций:

$$1) f(x) = \frac{x+5}{x-3} \quad 2) f(x) = \frac{5x}{x-1} \quad 3) f(x) = \frac{x^2-3}{\sqrt{3x^2-2}}$$

$$4) f(x) = \frac{x^2-2x+3}{x+2} \quad 5) f(x) = 2x - \frac{\cos x}{x}$$

Критерии оценки:

5 – 7 правильно выполненных заданий – оценка «3»;

8 – 9 правильно выполненных заданий – оценка «4»;

10 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 6

Тема: Исследование функции и построение графика

№ 1. Исследовать функцию с помощью производной и построить ее график:

Вариант 1

$$1) y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3 \quad ; \quad 2) y = \frac{9+x^2}{3x} \quad ; \quad 3) y = \frac{x^2}{x-1} \quad ; \quad 4) y = \frac{x^2+1}{x} \quad ; \quad 5) y = \frac{x-2}{x^2}$$

Вариант 2

$$1) y = 16x^3 - 12x^2 - 4 \quad ; \quad 2) y = \frac{x^2+1}{x} \quad ; \quad 3) y = \frac{x^2}{x-3} \quad ; \quad 4) y = \frac{x^2+x-6}{x^2} \quad ; \quad 5) y = \frac{x^3}{9-x^2}$$

Критерии оценки:

- 3 правильно выполненных задания – оценка «3»;
 4 правильно выполненных задания – оценка «4»;
 5 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 7

Тема: Вычисление неопределенного интеграла непосредственным методом, методом подстановки, методом интегрирования по частям

№ 1. Применяя метод непосредственного интегрирования, вычислить интегралы:

Вариант 1

1. $\int \left(\frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$
2. $\int e^x \left(2 - \frac{e^{-x}}{x^3} \right) dx$
3. $\int (2^x + 3^x) dx$
4. $\int \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$

Вариант 2

1. $\int \left(x^4 + \sqrt[5]{x} + 3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \right) dx$
2. $\int (\sin x + 5 \cos x) dx$
3. $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx$
4. $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$

№ 2. Пользуясь методом подстановки вычислить интегралы:

Вариант 1

1. $\int \cos 5x dx$
2. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+1} dx$
3. $\int \frac{dx}{\sin^2 \frac{x}{3}}$
4. $\int \frac{e^{4x}}{e^x - 1} dx$

Вариант 2

1. $\int \sin 7x dx$
2. $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x}}$
4. $\int e^{\sin x} \cos x dx$

№ 3. С помощью метода интегрирования по частям вычислить интегралы:

Вариант 1

1. $\int (4x^3 + 6x - 7) \ln x dx$
2. $\int x \ln x dx$
3. $\int xe^{-x} dx$
4. $\int \arcsin x dx$

Вариант 2

1. $\int (x^2 + 3x + 2) \ln x dx$
2. $\int x \ln(3x + 2) dx$
3. $\int xe^{5x} dx$
4. $\int \cos(\ln x) dx$

Критерии оценки:

6 – 8 правильно выполненных заданий – оценка «3»;

9 – 10 правильно выполненных заданий – оценка «4»;

11 - 12 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 8

Тема: Вычисление определенного интеграла

№ 1. Вычислить определенные интегралы:

Вариант 1

1. $\int_1^2 \frac{dx}{x}$
2. $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$
3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$
4. $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$

Вариант 2

1. $\int_1^2 e^x dx$
2. $\int_0^2 (3x^2 - 1) dx$
3. $\int_0^{\pi} \sin x dx$
4. $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

Критерии оценки:

2 правильно выполненных задания – оценка «3»;

3 правильно выполненных задания – оценка «4»;

4 правильно выполненных задания – оценка «5»

Контрольная работа № 1

Цель: проверка знаний и умений по теме «Дифференциальное и интегральное исчисление»

Вариант 1	Вариант 2
-----------	-----------

<p>№ 1. Найдите производную функции:</p> <ol style="list-style-type: none"> $y = 3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3}$ $y = -\frac{15}{x} + 2\sqrt{x} - \operatorname{ctg} 3x + 5^x$ $y = (-2x^7 + 4x^5 - \sqrt{3}x)^4$ $y = (8x - 7)^3 + \sqrt{9 - 3x}$ $y = \frac{(4x - 9)^4}{(3 - 5x)^3}$ <p>№ 2. Исследуйте функцию и постройте ее график:</p> <ol style="list-style-type: none"> $y = x^3 - 3x^2 + 4$ $y = \frac{5 - 2x}{x^2 - 4}$ 	<p>№ 1. Найдите производную функции:</p> <ol style="list-style-type: none"> $y = 4x^6 - 7x^2 + 9x + \frac{\pi}{4}$ $y = -\frac{5}{x} - 7\sqrt{x} + \sin 2x - e^{3x}$ $y = \left(7x^5 - 2x^3 + 8x - \frac{\pi}{2}\right)^5$ $y = (3 - 8x)^3 + \sqrt{4 - x^3}$ $y = \frac{(4 - 5x)^3}{(4x + 7)^4}$ <p>№ 2. Исследуйте функцию и постройте ее график:</p> <ol style="list-style-type: none"> $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{1}{3}$ $y = \frac{x}{x^2 - 1}$
<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <p>№ 1. Найдите производную функции:</p> <ol style="list-style-type: none"> $y = 7x^5 - 2x^3 + 8x - \frac{\pi}{2}$ $y = -\frac{5}{x} - 7\sqrt{x} + \sin x$ $y = (3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3})^5$ $y = \sqrt{2 - 5x} + (3x - 5)^6$ $y = \frac{(3x - 5)^4}{(2x - 4)^3}$ <p>№ 2. Исследуйте функцию и постройте ее график:</p> <ol style="list-style-type: none"> $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ 	<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> <p>№ 1. Найдите производную функции:</p> <ol style="list-style-type: none"> $y = -2x^7 + 4x^5 - \sqrt{3}x$ $y = -\frac{15}{x} + 2\sqrt{x} - \operatorname{ctg} x$ $y = \left(4x^6 - 7x^2 + 9x + \frac{\pi}{4}\right)^4$ $y = (9x - 1)^5 + \sqrt{5 - x^2}$ $y = \frac{(5 - 2x)^3}{(3x + 7)^4}$ <p>№ 2. Исследуйте функцию и постройте ее график:</p> <ol style="list-style-type: none"> $y = x^3 - 12x + 6$ $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$

Критерии оценки:

4 - 5 правильно выполненных заданий – оценка «3»;

6 правильно выполненных заданий – оценка «4»;

7 правильно выполненных заданий – оценка «5»

ВСР № 1

Тема 1.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Самостоятельная работа № 9

Тема: Решение дифференциальных уравнений с разделенными и разделяющимися переменными

Задание № 1: Проверить подстановкой, что данная функция является общим решением (интегралом) данного дифференциального уравнения:

Вариант 1

Вариант 2

$y=3x+1; xy' = y-1$	$y=3x^3-2x; dy=(3x^2-2)dx$
$y=x^2+x+C; dy=(2x+1)$	$y=Ce^{2x}; y' = 2y$
$y=\sqrt{x}; 2yy' = 1$	$y=Cx+1; xy' = y-1$

Задание № 2: Найти общие решения дифференциальных уравнений методом разделения переменных:

Вариант 1

Вариант 2

$\cos x y' = (1+y)\sin x$	$xy' - y = 0$
$yy' + x = 0$	$y' = \sin x$
$y' = y$	$x^2 y' + y = 0$

Задание № 3: Найти частные решения уравнений первого порядка, удовлетворяющие указанным начальным условиям:

Вариант 1

Вариант 2

$2y'\sqrt{x} = y, y_0 = 1, \text{при } x_0 = 4$	$\frac{xdx}{y} - dy + \frac{dx}{4y} = 0,$ $y \neq 0, y_0 = -5, \text{при } x_0 = 3$
$x^2 y + y^2 = 0, y_0 = 1, \text{при } x_0 = -4$	$y' = \frac{y}{4x}, y_0 = -10, \text{при } x_0 = 16$
$xy' = \frac{y}{\ln x}, y_0 = 1, \text{при } x_0 = e$	$x^2 \frac{\partial y}{\partial x} = y, y_0 = 5 \text{при } x_0 = 0$

Критерии оценки:

5 - 6 правильно выполненных заданий – оценка «3»;

7 - 8 правильно выполненных заданий – оценка «4»;

9 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Раздел 2. Ряды

Тема 2.1. Теория рядов Самостоятельная работа № 10

Тема: Нахождение членов ряда по формуле общего члена. Нахождение формулы общего члена ряда

Задание 1: Найдите первые четыре члена ряда по заданному члену:

1.	$u_n = \frac{1}{(2n+1)2^{n-1}}$	4.	$u_n = \frac{3n+1}{(n^2+1)3^{n-1}}$
2.	$u_n = \frac{n+1}{(2n-1)3^{n-1}}$	5.	$u_n = \frac{3n-2}{(n^2-1)3^{n-1}}$
3.	$u_n = \frac{3n+2}{(3n-1)2^{n-1}}$	6.	$u_n = \frac{1}{2^n(3-2n)}$

Задание 2: Найти формулу общего члена ряда по его данным первым членам:

7.	$1-8+27-64+125-216+343-\dots$	10.	$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{8}+\dots$
8.	$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\dots$	11.	$\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\dots$
9.	$\frac{1}{3}-\frac{2}{4}+\frac{3}{5}-\dots$	12.	$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\dots$

Критерии оценки:

3 - 4 правильно выполненных заданий – оценка «3»;

5 правильно выполненных заданий – оценка «4»;

6 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 11

Тема: Исследование сходимости рядов с неотрицательными членами

Задание 1: Найти предел частичной суммы ряда $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ и сделать вывод о сходимости или расходимости ряда:

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$	4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4(n+1)}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}}$	5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$	6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

Задание 2: Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Даламбера:

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3 \cdot 2^n}$	4	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+1}{2^k}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$	5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n}$	6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + n - 1}{4^n}$

Критерии оценки:

- 3 - 4 правильно выполненных заданий – оценка «3»;
- 5 правильно выполненных заданий – оценка «4»;
- 6 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Раздел 3. Комплексные числа

Тема 3.1. Комплексные числа

Самостоятельная работа № 12

Тема: Выполнение действий над комплексными числами

Самостоятельная работа

Задание 1. Даны числа:

1.	$z_1 = i - 2 + 3i$ $z_2 = 7 - 2i$	4.	$z_1 = 2 - 4i$ $z_2 = -4 + 6i$
2.	$z_1 = -3 - 5i$ $z_2 = 7 - 2i$	5.	$z_1 = 7 + 6i$ $z_2 = 7 - 6i$
3.	$z_1 = 1 - 2i$ $z_2 = 2 + 3i$	6.	$z_1 = 5 + 2i$ $z_2 = 3 - 2i$

Найти: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $\frac{z_1}{z_2}$

Задание 2. Записать комплексные числа в тригонометрической форме:

Вариант 1

$$1) z = 3i \quad 2) z = 1 - i \quad 3) z = -\sqrt{3} + i.$$

Вариант 2

$$1) z = 4i \quad 2) z = -1 + i \quad 3) z = \sqrt{3} - i.$$

Задание 3. Выполнить действия с комплексными числами в тригонометрической форме: 1). $z_1 \cdot z_2$, 2). $z_1 : z_2$, если:

Вариант 1

$$z_1 = 2 \left[\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right], \quad z_2 = 3 \left[\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right]$$

Вариант 2

$$z_1 = 0,4 \left[\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right], \quad z_2 = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}.$$

Критерии оценки:

75 – 79% правильно выполненных заданий – оценка «3»;

80 – 94% правильно выполненных заданий – оценка «4»;

95 – 100% правильно выполненных заданий – оценка «5»

Раздел 5. Линейная алгебра

Тема 5.1. Основы линейной алгебры

Самостоятельная работа № 15

Тема: Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков. Действия с матрицами

Задание 1. Выполнить арифметические действия с матрицами:

$$1) 3 \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}^T + 2 \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ -8 & 10 & 4 \end{pmatrix}^T - 3 \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 8 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 8 \\ 3 & 8 & 5 \\ 0 & -4 & 7 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 & 10 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & -9 \end{pmatrix}^T;$$

$$5) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 14 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$6) (-3 \ 1 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 10 \\ 2 & 4 & 8 & -1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}^T ;$$

$$7) \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}^T - \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Задание 2. Вычислить определители:

$$1) \begin{vmatrix} \sin \alpha & -\cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix};$$

$$2) \begin{vmatrix} -1 & i \\ i & -1 \end{vmatrix};$$

$$3) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$4) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix};$$

$$5) \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -10 \end{vmatrix};$$

$$6) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 4 & 7 \\ -3 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$7) \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix};$$

Критерии оценки:

7 - 10 правильно выполненных заданий – оценка «3»;

11 - 12 правильно выполненных заданий – оценка «4»;

13 - 14 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 16

Тема: Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса

Задание 1. Решите систему линейных уравнений методом Крамера

ВАРИАНТ 1

$$a) \begin{cases} 10x + y + 4z = 1 \\ x - 2y - 7z = -3 \\ 2x + y + 5z = 0 \end{cases}, b) \begin{cases} 5x - 3y + 2z = 19 \\ 4x + 5y - 3z = 31 \\ 3x + 7y - 4z = 31 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 2

$$a) \begin{cases} 2x - y + 2z = -3 \\ x + 2y - z = 4 \\ 3x + y - 3z = 3 \end{cases}, b) \begin{cases} 4x + y - 2z = 10 \\ -x + 3y + 5z = -1 \\ 3x - y + 5z = 1 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 3

$$a) \begin{cases} 4x - y - 5z = 1 \\ x + y - 2z = 6 \\ 3x - 2y - 6z = -2 \end{cases}, b) \begin{cases} 3x + 4y + 2z = 5 \\ 5x - 6y - 4z = -3 \\ -4x + 5y + 3z = 1 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 4

$$a) \begin{cases} 3x - 2y + z = -3 \\ 5x + y - 2z = 11 \\ x + y + z = 1 \end{cases}, b) \begin{cases} 3x + 2y + z = 14 \\ 2x + y + 4z = 12 \\ x + 3y + 2z = 11 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 5

$$a) \begin{cases} 2x - 3y + z = -3 \\ x + 5y - z = -1 \\ 3x + y + 4z = 11 \end{cases}, b) \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - y + z = 1 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 6

$$a) \begin{cases} 5x + y - 2z = 5 \\ 10x + y + z = 0 \\ x - y + z = -11 \end{cases}, b) \begin{cases} x - 2y + 3z = 3 \\ 3x + y - 6z = -7 \\ 9x - 2y - z = 3 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 7

$$a) \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - y + z = 1 \\ x + z = 3 \end{cases}, b) \begin{cases} 5 - 2x = z - 3y \\ 1 - y = x - z \\ 2 - 3x = 1 - 5z \end{cases}$$

ВАРИАНТ 8

$$a) \begin{cases} \frac{5x - 7y + 2}{12} - \frac{8x + 3z - 4}{21} = \frac{11x - 5z - 4x + 18}{14} \\ \frac{11x - 5z + 12}{14} - \frac{3y + 7z - 2x}{18} = \frac{8z - 3x + 32}{21} \\ 3x - y - 2z = 16 \end{cases}, b) \begin{cases} y + \frac{x}{2} = 41 \\ x + \frac{z}{4} = \frac{41}{2} \\ y + \frac{z}{5} = 34 \end{cases}$$

Задание 2. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса

ВАРИАНТ 1

$$a) \begin{cases} 10x + y + 4z = 1 \\ x - 2y - 7z = -3 \\ 2x + y + 5z = 0 \end{cases}, b) \begin{cases} 5x - 3y + 2z = 19 \\ 4x + 5y - 3z = 31 \\ 3x + 7y - 4z = 31 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 2

$$a) \begin{cases} 2x - y + 2z = -3 \\ x + 2y - z = 4 \\ 3x + y - 3z = 3 \end{cases}, b) \begin{cases} 4x + y - 2z = 10 \\ -x + 3y + 5z = -1 \\ 3x - y + 5z = 1 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 3

$$a) \begin{cases} 4x - y - 5z = 1 \\ x + y - 2z = 6 \\ 3x - 2y - 6z = -2 \end{cases}, b) \begin{cases} 3x + 4y + 2z = 5 \\ 5x - 6y - 4z = -3 \\ -4x + 5y + 3z = 1 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 4

$$a) \begin{cases} 3x - 2y + z = -3 \\ 5x + y - 2z = 11 \\ x + y + z = 1 \end{cases}, b) \begin{cases} 3x + 2y + z = 14 \\ 2x + y + 4z = 12 \\ x + 3y + 2z = 11 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 5

$$a) \begin{cases} 2x - 3y + z = -3 \\ x + 5y - z = -1 \\ 3x + y + 4z = 11 \end{cases}, b) \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - y + z = 1 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 6

$$a) \begin{cases} 5x + y - 2z = 5 \\ 10x + y + z = 0 \\ x - y + z = -11 \end{cases}, b) \begin{cases} x - 2y + 3z = 3 \\ 3x + y - 6z = -7 \\ 9x - 2y - z = 3 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 7

$$a) \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - y + z = 1 \\ x + z = 3 \end{cases}, b) \begin{cases} 5 - 2x = z - 3y \\ 1 - y = x - z \\ 2 - 3x = 1 - 5z \end{cases}$$

ВАРИАНТ 8

$$a) \begin{cases} \frac{5x - 7y + 2}{12} - \frac{8x + 3z - 4}{21} = \frac{11x - 5z - 4x + 18}{14} \\ \frac{11x - 5z + 12}{14} - \frac{3y + 7z - 2x}{18} = \frac{8z - 3x + 32}{21} \\ 3x - y - 2z = 16 \end{cases}, b) \begin{cases} y + \frac{x}{2} = 41 \\ x + \frac{z}{4} = \frac{41}{2} \\ y + \frac{z}{5} = 34 \end{cases}$$

Критерии оценки:

2 правильно выполненных задания – оценка «3»;

3 правильно выполненных задания – оценка «4»;

4 правильно выполненных задания – оценка «5»

Раздел 6. Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 6.1. Теория вероятностей

Самостоятельная работа № 17

Тема: Вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики

Вариант 1

1. Сколько можно образовать различных инициалов, если каждый человек имеет одну фамилию, имя, отчество? (количество букв в алфавите 30)

2. В азбуке Морзе буквы представляются последовательностями тире и точек с возможными повторениями. Сколько букв можно составить из 5 и менее символов?

3. В ящике 300 деталей. Известно, что 150 из них – I сорта, 120 – II сорта, а остальные – III сорта. Сколько существует способов извлечения из ящика двух деталей одного сорта?

4. Расписание одного дня состоит из 5 уроков. Определить число вариантов расписания при выборе из 11 дисциплин.

5. В шахматном турнире участвуют 16 человек. Сколько партий должно быть сыграно в турнире, если между любыми двумя участниками должна быть сыграна одна партия?

6. Порядок выступления 7 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?

7. В конкурсе по 5 номинациям участвуют 10 кинофильмов. Сколько существует вариантов распределения призов, если по каждой номинации установлены различные призы?

8. В урне 12 шаров. Среди этих шаров 3 белых и 9 черных. Сколько существует способов вынуть из урны 3 шара, один из которых черный?

9. В розыгрыше первенства по футболу среди вузов принимает участие 16 команд, при этом любые две команды играют между собой только один матч. Сколько всего календарных игр?

10. Сколькими способами можно распределить 3 путевки между 5 человеками, если:

- а) все путевки одинаковые;
- б) все путевки разные?

Вариант 2

1. Сколькими способами семь разных учебников можно поставить на полке в один ряд?
2. Установлено, что у преступника семизначный телефонный номер, в котором ни одна цифра не повторяется. Если тратить на проверку одного номера 1 минуту, то можно ли за 2 суток определить номер преступника?
3. Сколькими способами можно разложить 20 писем по 20 конвертам?
4. В ящике 20 шаров, среди которых 12 белых, остальные – черные. Отбирается наугад 2 шара. Сколькими способами можно отобрать:
 - а) 2 белых шара;
 - б) 2 черных шара;
 - в) 1 белый, 1 черный шары.
5. Сколькими способами на витрине можно расположить 14 видов напитков?
6. Из 20 человек надо выбрать председателя, секретаря и казначея. Сколько существует способов таких выборов?
7. В соревнованиях по шахматам участвует 20 участников. В финал попадут только трое. Каково число возможных финальных троек?
8. Сколькими способами можно составить флаг, состоящий из трех различных цветов, если имеется 5 видов ткани?
9. В коробке содержатся 6 одинаково пронумерованных кубика. Наудачу извлекаются все по одному кубику. Сколькими способами можно извлечь эти кубики?
10. Сколько различных чисел, меньше миллиона, можно записать с помощью цифр 8 и 9?

Критерии оценки:

- 6 - 7 правильно выполненных заданий – оценка «3»;
- 8 - 9 правильно выполненных заданий – оценка «4»;
- 10 - 11 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 18

Тема: Решение задач на сложение и умножение вероятностей

Вариант 1. № 1, 2(а, б), 3(а, б), 4, 5(а, б), 6

Вариант 2. № 2(в, г), 3(в, г), 5(в, г), 7, 8

Задачи:

1. В группе 25 студентов, из них 10 юношей и 15 девушек. Какова вероятность того, что из вызванных наудачу трех студентов: а) все три девушки; б) первые две девушки, третий - юноша; в) все три юноши?
2. В магазин вошли три покупателя. Вероятность того, что каждый что-нибудь купит, равна 0,3. Найти вероятность того, что: а) два из них совершат покупки; б) все три совершат покупки; в) ни один не совершит покупки; г) по крайней мере, два совершат покупки; д) хотя бы один купит товар.

3. Вероятность получить высокие дивиденды по акциям на первом предприятии - 0,2, на втором - 0,35, на третьем - 0,15. Определить вероятность того, что акционер, имеющий акции всех предприятий, получит высокие дивиденды а) на всех предприятиях; б) только на одном предприятии; в) хотя бы на одном предприятии.
4. На базу поступило 40 ящиков овощей, из них 30 первого сорта. Наудачу для проверки берут два ящика. Какова вероятность, что: а) оба содержат овощи первого сорта; б) разного сорта; в) одного сорта?
5. Три студента сдают экзамен. Вероятность того, что отдельный студент сдаст экзамен на «отлично» равна для первого студента 0,7, для второго - 0,6, для третьего - 0,2. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан на «отлично»: а) только одним из студентов; б) двумя студентами; в) хотя бы одним; г) ни одним?
6. Первый студент из 20 вопросов программы выучил 17, второй - 12. Каждому студенту задают по одному вопросу. Определить вероятность того, что: а) оба студента правильно ответят на вопрос; б) хотя бы один ответит верно; в) правильно ответит только первый студент.
7. Впервой бригаде 6 тракторов, во второй-9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады наудачу выбирают по одному трактору. Какова вероятность того, что а) оба трактора исправны; б) один требует ремонта; в) трактор из второй бригады исправен.
8. На предприятии имеется три автомобиля. Вероятность безотказной работы первого из них равна 0,9, второго - 0,7, третьего - 0,8. Найти вероятность того, что безотказно в течение определенного времени будут работать хотя бы два автомобиля.

Критерии оценки:

- 5 - 6 правильно выполненных заданий – оценка «3»;
- 7 - 8 правильно выполненных заданий – оценка «4»;
- 9 - 10 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 19

Тема: Решение задач на применение формулы полной вероятности

Решить следующие задачи

Вариант 1

1. При исследовании жирности молока коров все стадо было разбито на три группы. В первой группе оказалось 70 %, во второй 23 % и в третьей 7 % всех коров. Вероятность того, что молоко, полученное от отдельной коровы, имеет не менее 4 % жирности, для каждой группы коров соответственно равна 0,6, 0,35 и 0,1. Определить вероятность того, что для взятой наудачу коровы жирность молока составит не менее 4 %. Взятая наудачу корова дает молоко жирностью не менее 4 %. Найти вероятность того, что эта корова из первой группы.

2. В первой урне 10 деталей, из них 8 стандартных. Во второй 6 деталей, из которых 5 стандартных. Из второй урны переложили в первую одну деталь. Какова вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второй урны, нестандартная?

3. В районе 24 человека обучаются на заочном факультете института, из них шесть - на мехфаке, двенадцать - на агрофаке и шесть - на экономфаке. Вероятность успешно сдать все экзамены на предстоящей сессии для студентов мехфака равна 0,6, агрофака - 0,76 и экономфака - 0,8. Найти вероятность того, что наудачу взятый студент, сдавший успешно все экзамены, окажется студентом экономфака.

4. Из 25 студентов группы 5 студентов знают все 30 вопросов программы, 10 студентов выучили по 25 вопросов, 7 студентов по 20 вопросов, трое по 10 вопросов. Случайно вызванный студент ответил на два заданных вопроса. Какова вероятность, что он из тех трех студентов, которые подготовили 10 вопросов.

5. Запасная деталь может находиться в одной из трех партий с вероятностями $p_1 = 0,2$; $p_2 = 0,5$; $p_3 = 0,3$. Вероятности того, что деталь проработает положенное время без ремонта, равны соответственно 0,9; 0,8 и 0,7. Определить вероятность того, что: а) взятая наудачу деталь проработает положенное время; б) деталь, проработавшая положенное время, взята из второй или третьей партии.

6. Покупатель с равной вероятностью посещает 3 магазина. Вероятность того, что он купит товар в первом магазине, равна 0,4, во втором 0,3, в третьем 0,2. Определить вероятность того, что покупатель купит товар только в одном магазине, если каждый магазин он посетил дважды.

7. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй - 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной. Взятая наугад единица продукции оказалась стандартной. Какова вероятность, что она из второй бригады?

Вариант 2

1. Имеются две урны. В первой - семь красных шаров и три черных, во второй - три красных и четыре черных. Из первой урны переложили во вторую один шар, затем, перемешав шары, из второй урны переложили в первую один шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный после этого из первой урны, окажется красным.

2. Перед посевом 90 % всех семян было обработано ядохимикатами. Вероятность поражения вредителями для растений из обработанных семян равна 0,08, для растений из необработанных семян - 0,4. Взятое наудачу растение оказалось пораженным. Какова вероятность того, что оно выращено из обработанного семени?

3. В первом ящике из 20 деталей 4 бракованных, во втором из 30 деталей 5 бракованных. Из первого во второй переложили две детали. Найти вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второго ящика, бракованная.

4. Стрелковое отделение получило 10 винтовок, из которых 8 пристрелянных, две нет. Вероятность попадания в цель из пристрелянной винтовки, равна 0,6, а из не пристрелянной - 0,4. Какова вероятность, что стрелок из наудачу взятой винтовки попадет в цель при одном выстреле?

Стрелок поразил цель. Какова вероятность, что он стрелял из пристрелянной винтовки?

5. Для посева заготовлены семена 4 сортов пшеницы. Причем, 20 % всех семян 1-го сорта, 30 % - 2-го сорта, 10 % - 3-го сорта и 40 % - 4-го сорта. Вероятность того, что из зерна вырастет колос, содержащий не менее 40 зерен, для первого сорта равна 0,5, для второго – 0,3, для третьего - 0,2, для четвертого - 0,1. Найти вероятность того, что наудачу взятое зерно даст колос, содержащий не менее 40 зерен.

6. Имеется 5 урн. В первой, второй и третьей находится по 4 белых и 6 черных шаров, в четвертой и пятой урнах по 2 белых и 3 черных шара. Случайно выбирается урна и из нее извлекается шар. Какова вероятность того, что была выбрана четвертая или пятая урна, если извлеченный шар оказался белым?

7. Покупатель с равной вероятностью посещает 3 магазина. Вероятность того, что он купит товар в первом магазине, равна 0,4, во втором 0,3, в третьем 0,2. Определить вероятность того, что покупатель купит товар только в одном магазине, если каждый магазин он посетил дважды.

Критерии оценки:

4 - 5 правильно выполненных заданий – оценка «3»;

6 правильно выполненных заданий – оценка «4»;

7 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Тема 6.2. Математическая статистика

Самостоятельная работа № 20

Тема: Вычисление характеристик дискретной случайной величины

Решите следующие задачи:

1. Дискретная случайная величина X принимает три возможных значения: $x_1 = 1$ с вероятностью $p_1 = 0,2$; $x_3 = 5$ с вероятностью 0,3 и x_2 с вероятностью p_2 . Найти x_2 и p_2 , если известно, что $M(X) = 3$.

2. Вероятность сдать экзамен студентом на «отлично» равна 0,3, на «хорошо» - 0,4. Определить вероятности получения других оценок (2; 3), если известно, что

$$M(X)=3,9.$$

3. Вероятность выигрыша по лотерейному билету составляет 0,02. Найти $M(X)$ и $\sigma(X)$ числа выигранных билетов, если их было приобретено 100.

4. По одному тиражу лотереи куплено 100 билетов. Среднее квадратическое отклонение числа выигранных билетов равно трем. Найти вероятность выигрыша по одному билету лотереи.

5. Совокупность семей имеет следующее распределение по числу детей:

x_i	x_1	x_2	2	3
p_i	0,1	p_2	0,4	0,35

Определить x_1, x_2, p_2 , если известно, что $M(X)=2, D(X)=0,9$.

6. Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

x_i	1	x_2	x_3	8
p_i	0,1	p_2	0,5	0,1

Найти x_2, x_3, p_2 , если известно, что $M(X)=4, M(X^2)=20,2$.

7. Совокупность студентов имеет следующее распределение по результатам сдачи сессии:

x_i	2	3	4	5
p_i	0,1	p_2	p_3	p_4

Найти вероятности получения удовлетворительных, хороших и отличных оценок, если известно, что математическое ожидание (среднее значение) результатов сдачи экзаменов составило 3,7, а среднее квадратическое отклонение 0,9.

Критерии оценки:

4 - 5 правильно выполненных заданий – оценка «3»;

6 правильно выполненных заданий – оценка «4»;

7 правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 21

Тема: Вычисление характеристик непрерывной случайной величины

Задание:

Случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения $f(X)$. Требуется: а) найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X ;

б) найти вероятность того, что случайная величина X окажется в пределах интервала $(a; b)$;

в) построить графики функций $f(x)$.

1	$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ \frac{1}{2} & \text{при } 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$ $a = 0; b = 2.$	2	$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{4} & \text{при } 0 \leq x \leq 4, \end{cases}$ $a = 1; b = 3.$
3	$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \sin 2x & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ $a = \frac{\pi}{12}; b = \frac{\pi}{4}.$	4	$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -\frac{\pi}{4}, \\ \cos 2x & \text{при } -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}, \end{cases}$ $a = -\frac{\pi}{6}; b = \frac{\pi}{4}.$
5	$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 4, \\ \frac{1}{2} & \text{при } 4 \leq x \leq 6, \end{cases}$ $a = 4; b = 7.$	6	$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 2 \cdot x & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \end{cases}$ $a = \frac{1}{4}; b = \frac{1}{2}.$

Критерии оценки:

75 – 79% правильно выполненных заданий – оценка «3»;

80 – 94% правильно выполненных заданий – оценка «4»;

95 – 100% правильно выполненных заданий – оценка «5»

Самостоятельная работа № 22

Тема: Построение графических изображений статистических данных

Задание: Вариант 1. № I (а, б, д), № II (а, б, д)

Вариант 2. № I (в, г, е), № II (в, г, д)

Решите следующие задачи:

I. 1) Построить полигон частот и полигон относительных частот по данному распределению выборки;

2) Найти \bar{x}_B , D_B и σ_B .

а)

x_i	1	4	5	7
n_i	20	10	14	6

б)

x_i	2	3	5	6
n_i	10	15	5	20

в)

x_i	4	7	8	12
n_i	5	2	3	10

г)

x_i	2	5	7	8
n_i	1	3	2	4

д)

x_i	15	20	25	30	36
n_i	10	15	30	20	25

е)

x_i	10	20	35	40	45
n_i	15	30	25	10	20

II. Построить гистограмму частот и гистограмму относительных частот по данному распределению выборки:

а)

Номер интервала I	Частичный интервал $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант интервала n_i
1	2 – 5	6
2	5 – 8	10
3	8 – 11	4
4	11 – 14	5

б)

Номер интервала I	Частичный интервал $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант интервала n_i
1	10 – 15	2
2	15 – 20	4
3	20 – 25	8
4	25 – 30	4
5	30 – 35	2

в)

Номер интервала I	Частичный интервал $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант интервала n_i
1	2 – 7	5
2	7 – 12	10
3	12 – 17	25
4	17 – 22	6
5	22 – 27	4

г)

Номер интервала I	Частичный интервал	Сумма частот вариант
------------------------	--------------------	----------------------

	$x_i - x_{i+1}$	интервала n_i
1	189 – 193,5	3
2	193,5 – 198	4
3	198 – 202,5	8
4	202,5 – 207	6
5	207 – 211,5	3
6	211,5 – 216	6

д)

Номер интервала I	Частичный интервал $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант интервала n_i
1	3 – 5	4
2	5 – 7	6
3	7 - 9	20
4	9 – 11	40
5	11 – 13	20
6	13 – 15	4
7	15 – 17	6

Критерии оценки:

75 – 79% правильно выполненных заданий – оценка «3»;

80 – 94% правильно выполненных заданий – оценка «4»;

95 – 100% правильно выполненных заданий – оценка «5»